

# Correction

## Exercice N° 01:

Ecrivez en logique des prédicats les expressions suivantes :

- |  |   |
|--|---|
| 1) Aya est une femme                         | 10) Tout étudiant est inscrit   |
| 2) Imad est un homme                         | 11) Certains étudiants ne sont pas malades                            |
| 3) Imad est le père de Zina                  | 12) Tous les hommes ne voyagent pas avec John                         |
| 4) Fares est le père de Fatma et Zouhir      | 13) Si tous les hommes voyage avec John, alors il est content         |
| 5) n nombre pair alors n est divisible par 2 | 14) Les personnes qui ont de la fièvre et qui toussent ont la grippe. |
| 6) Un entier naturel est pair ou impair      | 15) Les personnes qui ont la grippe doivent prendre du Tamiflu.       |
| 7) Le cheval est plus rapide que le chien.   |   |
| 8) Un chat est entré                         |   |
| 9) Tous sont étudiants                       |   |

## Réponse

Ecrivez en logique des prédicats les expressions suivantes :

- |   |   |
|---|---|
| 1) Aya est une femme  | 1) $Femme(Aya)$ .   |
| 2) Imad est un homme  | 2) $Homme(Imad)$ .  |
| 3) Imad est le père de Zina   | 3) $Pere(Imad, Zina)$ .   |
| 4) Fares est le père de Fatma et Zouhir »                             | 4) $Pere(Fares, Fatma) \wedge Pere(Fares, Zouhir)$                                      |
| 5) n nombre pair alors n est divisible par 2                          | 5) $\forall n (Pair(n) \Rightarrow Devisible(n, 2))$                                    |
| 6) Un entier naturel est pair ou impair                               | 6) $\forall n (Naturel(n) \Rightarrow (Pair(n) \vee Impair(n)))$                        |
| 7) Le cheval est plus rapide que le chien.                            | 7) $\forall x \forall y (Cheval(x) \wedge Chien(y) \Rightarrow Plus(x, y))$             |
| 8) Un chat est entré  | 8) $\exists x (C(x) \wedge E(x))$   |
| 9) Tous sont étudiants  | 9) $\forall x Etudiant(x)$  |
| 10) Tout étudiant est inscrit   | 10) $\forall x (Etudiant(x) \Rightarrow Inscrit(x))$                                    |
| 11) Certains étudiants ne sont pas malades                            | 11) $\exists x (E(x) \wedge \neg M(x))$   |
| 12) Tous les hommes ne voyagent pas avec John                         | 12) $\forall x (H(x) \Rightarrow \neg V(x, J))$   |
| 13) Si tous les hommes voyage avec John, alors il est content         | 13) $\forall x (H(x) \Rightarrow V(x, J)) \Rightarrow C(J)$                             |
| 14) Les personnes qui ont de la fièvre et qui toussent ont la grippe. | 14) $\forall x (Personne(x) \wedge (Fievre(x) \wedge Tousse(x)) \Rightarrow Grippe(x))$ |
| 15) Les personnes qui ont la grippe doivent prendre du Tamiflu.       | 15) $\forall x (Personne(x) \wedge (Grippe(x)) \Rightarrow Prendre(x, Tamiflu))$        |

### Exercice N° 02:

$L$  est un langage de prédicats défini comme suit :

Constante  $A, B$       fonction  $f, g$       prédicat  $P, Q, R$

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des termes ou des formules syntaxiquement correctes ?

1.  $R(A, g(A, A))$
2.  $\neg y \wedge P(y)$
3.  $g(A, g(A, A))$
4.  $\forall x P(x)$
5.  $\neg R(P(A), x)$
6.  $\exists x \forall y (R(x, y) \Rightarrow R(y, x))$
7.  $\exists A R(A, A)$
8.  $\forall x Q(x, f(x), B) \Rightarrow \exists x R(A, x)$
9.  $\forall x P(R(A, x))$
10.  $\exists R(x, A)$

### Réponse

1.  $R(A, g(A, A))$       formule bien formée
2.  $\neg y \wedge P(y)$       ni terme ni formule ( $y$  est une variable)
3.  $g(A, g(A, A))$       terme correct
4.  $\forall x P(x)$       formule bien formée
5.  $\neg R(P(A), x)$       ni terme ni formule ( $P(A)$  est un prédicat et ce n'est pas une fonction)
6.  $\exists x \forall y (R(x, y) \Rightarrow R(y, x))$       formule bien formée
7.  $\exists A R(A, A)$       ni terme ni formule ( $A$  est une constante)
8.  $\forall x Q(x, f(x), B) \Rightarrow \exists x R(A, x)$       formule bien formée
9.  $\forall x P(R(A, x))$       ni terme ni formule ( $R(A, x)$  est un prédicat et ce n'est pas une fonction)
10.  $\exists R(x, A)$       ni terme ni formule ( $\exists$  mentionné sans variable)

### Exercice N° 03:

Indiquer les variables libres dans les formules suivantes :

1.  $P(x) \wedge R(y, A)$
2.  $\exists y (Q(y) \wedge P(x))$
3.  $\forall x \exists y R(x, f(y))$
4.  $\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x))$
5.  $\forall x P(x) \Rightarrow Q(y)$
6.  $P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$
7.  $\exists x (P(x) \Rightarrow Q(x))$
8.  $\forall x \exists y (P(x) \vee Q(y))$
9.  $\forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x, y)))$
10.  $\forall x R(x, y)$

### Réponse

Indiquer les variables libres dans les formules suivantes :

1.  $P(x) \wedge R(y, A)$  les deux variables sont libres
2.  $\exists y(Q(y) \wedge P(x))$  x est libre
3.  $\forall x \exists y R(x, f(y))$  les deux variables sont liées
4.  $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$  pas de variable libre, x est liées par  $\forall x$
5.  $\forall x P(x) \Rightarrow Q(y)$  y est libre
6.  $P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$  la deuxième occurrence de x est liée par  $\exists x$  mais la première ne l'est pas, x est libre
7.  $\exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$  les deux occurrences de y sont liées par  $\exists x$ , x n'est pas libre
8.  $\forall x \exists y(P(x) \vee Q(y))$  x est lié par  $\forall x$ , y est lié par  $\forall y$ , aucune variable libre
9.  $\forall x ( P(x) \Rightarrow \exists y ( Q(y) \wedge R(x, y) ) )$  les deux variables sont liées.
10.  $\forall x R(x, y)$  y est libre

### Exercice N° 04:

Discuter la validité des formules ci-dessous pour l'interprétation suivante:

$$D = \mathbb{N}, P(x, y) = "x > y", E(x, y) = "x = y"$$

1.  $(\exists x) P(x, \text{Zéro})$  vraie (x = 5)
2.  $(\forall x) P(x, x)$  fausse
3.  $(\forall x)(\exists y) P(x, y)$  fausse (contre-exemple: pour x = 0, il n'existe pas y)
4.  $(\exists x)(\forall y) P(x, y)$  fausse (contre-exemple: x=1, y= 2)
5.  $(\exists y) (\forall x) P(x, y)$  fausse (contre-exemple: y=0, x= 0)
6.  $(\forall y) (\exists x) P(x, y)$  vraie
7.  $(\exists x)(\forall y) \neg E(y, x) \Rightarrow P(x, y)$  fausse (contre-exemple: x=1, y= 2)
8.  $(\forall x)(P(x, y) \wedge \neg P(x, y))$  fausse (Toujours  $P \wedge \neg P = 0$ )