

Correction

Exercice N° 01:

Ecrivez en logique des prédicats les expressions suivantes :

- 1) Aya est une femme
- 2) Imad est un homme
- 3) Imad est le père de Zina
- 4) Fares est le père de Fatma et Zouhir
- 5) n nombre pair alors n est divisible par 2
- 6) Un entier naturel est pair ou impair
- 7) Le cheval est plus rapide que le chien.
- 8) Un chat est entré
- 9) Tous sont étudiants
- 10) Tout étudiant est inscrit
- 11) Certains étudiants ne sont pas malades
- 12) Tous les hommes ne voyagent pas avec John
- 13) Si tous les hommes voyage avec John, alors il est content
- 14) Les personnes qui ont de la fièvre et qui toussent ont la grippe.
- 15) Les personnes qui ont la grippe doivent prendre du Tamiflu.

Réponse

Ecrivez en logique des prédicats les expressions suivantes :

- 1) Aya est une femme
 - 2) Imad est un homme
 - 3) Imad est le père de Zina
 - 4) Fares est le père de Fatma et Zouhir »
 - 5) n nombre pair alors n est divisible par 2
 - 6) Un entier naturel est pair ou impair
 - 7) Le cheval est plus rapide que le chien.
 - 8) Un chat est entré
 - 9) Tous sont étudiants
 - 10) Tout étudiant est inscrit
 - 11) Certains étudiants ne sont pas malades
 - 12) Tous les hommes ne voyagent pas avec John
 - 13) Si tous les hommes voyage avec John, alors il est content
 - 14) Les personnes qui ont de la fièvre et qui toussent ont la grippe.
 - 15) Les personnes qui ont la grippe doivent prendre du Tamiflu.
- 1) $Femme(Aya)$.
 - 2) $Homme(Imad)$.
 - 3) $Pere(Imad, Zina)$.
 - 4) $Pere(Fares, Fatma) \wedge Pere(Fares, Zouhir)$
 - 5) $\forall n (Pair(n) \Rightarrow Devisible(n, 2))$
 - 6) $\forall n (Naturel(n) \Rightarrow (Pair(n) \vee Impair(n)))$
 - 7) $\forall x \forall y (Cheval(x) \wedge Chien(y) \Rightarrow Plus(x, y))$
 - 8) $\exists x (C(x) \wedge E(x))$
 - 9) $\forall x Etudiant(x)$
 - 10) $\forall x (Etudiant(x) \Rightarrow Inscrit(x))$
 - 11) $\exists x (E(x) \wedge \neg M(x))$
 - 12) $\forall x (H(x) \Rightarrow \neg V(x, J))$
 - 13) $\forall x (H(x) \Rightarrow V(x, J)) \Rightarrow C(J)$
 - 14) $\forall x (Personne(x) \wedge (Fievre(x) \wedge Tousse(x)) \Rightarrow Grippe(x))$
 - 15) $\forall x (Personne(x) \wedge (Grippe(x)) \Rightarrow Prendre(x, Tamiflu))$

Exercice N° 02:

L est un langage de prédicats défini comme suit :

Constante A, B fonction f, g prédicat P, Q, R

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des termes ou des formules syntaxiquement correctes ?

1. $R(A, g(A, A))$
2. $\neg y \wedge P(y)$
3. $g(A, g(A, A))$
4. $\forall x P(x)$
5. $\neg R(P(A), x)$
6. $\exists x \forall y (R(x, y) \Rightarrow R(y, x))$
7. $\exists A R(A, A)$
8. $\forall x Q(x, f(x), B) \Rightarrow \exists x R(A, x)$
9. $\forall x P(R(A, x))$
10. $\exists R(x, A)$

Réponse

1. $R(A, g(A, A))$ formule bien formée
2. $\neg y \wedge P(y)$ ni terme ni formule (y est une variable)
3. $g(A, g(A, A))$ terme correct
4. $\forall x P(x)$ formule bien formée
5. $\neg R(P(A), x)$ ni terme ni formule ($P(A)$ est un prédicat et ce n'est pas une fonction)
6. $\exists x \forall y (R(x, y) \Rightarrow R(y, x))$ formule bien formée
7. $\exists A R(A, A)$ ni terme ni formule (A est une constante)
8. $\forall x Q(x, f(x), B) \Rightarrow \exists x R(A, x)$ formule bien formée
9. $\forall x P(R(A, x))$ ni terme ni formule ($R(A, x)$ est un prédicat et ce n'est pas une fonction)
10. $\exists R(x, A)$ ni terme ni formule (\exists mentionné sans variable)

Exercice N° 03:

Indiquer les variables libres dans les formules suivantes :

1. $P(x) \wedge R(y, A)$
2. $\exists y (Q(y) \wedge P(x))$
3. $\forall x \exists y R(x, f(y))$
4. $\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x))$
5. $\forall x P(x) \Rightarrow Q(y)$
6. $P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$
7. $\exists x (P(x) \Rightarrow Q(x))$
8. $\forall x \exists y (P(x) \vee Q(y))$
9. $\forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x, y)))$
10. $\forall x R(x, y)$

Réponse

Indiquer les variables libres dans les formules suivantes :

1. $P(x) \wedge R(y, A)$ les deux variables sont libres
2. $\exists y(Q(y) \wedge P(x))$ x est libre
3. $\forall x \exists y R(x, f(y))$ les deux variables sont liées
4. $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$ pas de variable libre, x est liées par $\forall x$
5. $\forall x P(x) \Rightarrow Q(y)$ y est libre
6. $P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$ la deuxième occurrence de x est liée par $\exists x$ mais la première ne l'est pas, x est libre
7. $\exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$ les deux occurrences de y sont liées par $\exists x$, x n'est pas libre
8. $\forall x \exists y(P(x) \vee Q(y))$ x est lié par $\forall x$, y est lié par $\forall y$, aucune variable libre
9. $\forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x, y)))$ les deux variables sont liées.
10. $\forall x R(x, y)$ y est libre

Exercice N° 04:

Discuter la validité des formules ci-dessous pour l'interprétation suivante:

$$D = \mathbb{N}, P(x, y) = "x > y", E(x, y) = "x = y"$$

1. $(\exists x) P(x, \text{Zéro})$ vraie (x = 5)
2. $(\forall x) P(x, x)$ fausse
3. $(\forall x)(\exists y) P(x, y)$ fausse (contre-exemple: pour x = 0, il n'existe pas y)
4. $(\exists x)(\forall y) P(x, y)$ fausse (contre-exemple: x=1, y= 2)
5. $(\exists y) (\forall x) P(x, y)$ fausse (contre-exemple: y=0, x= 0)
6. $(\forall y) (\exists x) P(x, y)$ vraie
7. $(\exists x)(\forall y) \neg E(y, x) \Rightarrow P(x, y)$ fausse (contre-exemple: x=1, y= 2)
8. $(\forall x)(P(x, y) \wedge \neg P(x, y))$ fausse (Toujours $P \wedge \neg P = 0$)